

Dreisatz

Die Dreisatzrechnung ist ein grundlegendes Rechenverfahren. Sie werden es in der täglichen Praxis immer wieder benutzen, wenn sie Preise vergleichen oder Kosten kalkulieren. Auch die Währungsrechnung geht auf den Dreisatz zurück.

Einfacher Dreisatz

Für den Dreisatz brauchen Sie zwei unterschiedliche Maßeinheiten, zum Beispiel das Gewicht von Äpfeln und Ihr Preis. Diese Maßeinheiten müssen zueinander in Beziehung stehen. Jedem Wert von x entspricht ein bestimmter Wert von y.

x = Gewicht der Äpfel: 1 2 3 4 5 6 ... (kg)

y = Preis der Äpfel: 2 4 6 8 10 12 .. (DM)

Bei der Dreisatzrechnung wird aus drei bekannten Werten der dazugehörige vierte Wert ermittelt. Zu zwei bekannten x-Werten und einem bekannten y-Wert wird der fehlende y-Wert gesucht. Zum Beispiel: Wenn Sie wissen, daß 2 Kilo Äpfel (erster bekannter x-Wert) 4 DM (bekannter y-Wert) kosten, können Sie berechnen, wieviel 6 kg (zweiter bekannter x-Wert) kosten.

Sie erhalten den unbekannt y-Wert, indem Sie den bekannten y-Wert mit dem zweiten x-Wert multiplizieren und durch den ersten x-Wert dividieren.

2 kg kosten 4 DM - Aussagesatz
6 kg kosten x DM - Fragesatz

$x = 4 \times 6 / 2 = 12$ DM - Bruchsatz

Das vorliegende Beispiel ist ein Dreisatz mit **geradem Verhältnis**, weil sich x-Werte und y-Werte gleichartig verhalten. Zwischen den beiden Größen besteht ein direktes Verhältnis: Je mehr kg desto mehr DM.

Von einem Dreisatz mit ungeradem Verhältnis sprechen wir, wenn sich die x-Werte und die y-Werte gegenläufig entwickeln: Wenn der eine Wert größer wird, sinkt der andere. Dies ist oft der Fall, wenn die Zeit in der Rechnung zu berücksichtigen ist, etwa wenn die Geschwindigkeit und die Zeit berechnet werden, die für eine bestimmte Strecke benötigt wird. Je schneller sie eine Strecke zurücklegen, desto weniger Zeit benötigen Sie. Das natürlich Konsequenzen für die Formel, nach der Sie rechnen müssen: Der bekannte y-Wert ist mit dem ersten x-Wert zu multiplizieren und durch den zweiten x-Wert zu dividieren.

Währungsrechnen

Wenn Sie mit Auslandsgeschäften, Geldanlagen, Investitionen in anderen Ländern oder einfache Auslandsreisen zu tun haben, dann müssen Sie mit fremden Währungen rechnen. Trotz Euro und Währungsunion bleibt das Währungsrechnen wichtig, weil die Globalisierung fortschreitet.

Umrechnen von DM-Beträge in ausländische Währungen

Wenn Sie einen DM-Betrag in eine andere Währung umrechnen, dann können Sie die Dreisatzrechnung mit gradem Verhältnis anwenden.

Zwischen der Höhe des DM-Betrages und des Dollar-Betrages besteht ein direktes Verhältnis.

2,10 DM = 1 \$ Aussagesatz (Kurs)
3600,00 DM = x \$ Fragesatz

(mehr DM = mehr \$)

$x = 3600 \times 1 / 2,10 = 1714,28$ DM Bruchsatz

Umrechnung ausländischer Währungen in DM

1 \$	= 1,90 DM	Aussagesatz (Kurs)
452 \$	= x DM	Fragesatz
<hr/>		
(mehr \$	= mehr DM)	

$x = 452 \times 1,90 / 1 = 858,80 \text{ DM}$ Bruchsatz

Durchschnitts- und Verteilungsrechnen

Durchschnittswerte sind in der kaufmännischen Praxis und im täglichen Leben gebräuchlich: Durchschnittsgeschwindigkeit eines Pkws, Durchschnittspreis, durchschnittlicher Lagerbestand oder durchschnittliche Lebenserwartung. Bei der Verteilungsrechnung wird ein Geldbetrag auf mehrere Personen aufgeteilt, oder die Kosten werden auf Kostenstellen umgelegt.

Durchschnittsrechnung

Sie können den einfachen Durchschnitt aus den Zahlen 2, 3, 5, 7 und 8 leicht ermitteln, indem Sie die einzelnen Werte addieren und die Summe durch die Anzahl der Einzelwerte dividieren.

$$X = 2+3+5+7+8 / 5 = 25 / 5 = 5$$

Die Formel für den einfachen Durchschnitt lautet :

$$\text{einfacher Durchschnitt} = \text{Summe der Einzelwerte} / \text{Anzahl der Einzelwerte}$$

Jeder Wert wird beim Durchschnittswert erfasst, auch extreme Werte und Zufälligkeiten. Jede Änderung von Merkmalswerten hat Auswirkung auf den Durchschnittswert.

Verteilungsrechnung

Bei der Verteilungsrechnung wird eine Gesamtsumme nach einem bestimmten Verteilerschlüssel auf Einzelpositionen verteilt /z.B. Kosten, Spesen, Prämien, Gewinne).

$$X = (\text{Gesamtsumme} / \text{Gesamtanzahl lt. Verteilerschlüssel}) * \text{Einzelanzahl lt. Verteilerschlüssel}$$

Prozentrechnung

Prozente gehören zu den Grundlagen des Kaufmännischen Rechnens. Viele Berechnungen im Alltag und in der betrieblichen Praxis sind ohne die Prozentrechnung nicht durchführbar. Sei es die eigene Gehaltserhöhung, ein Rabatt im Einkauf, eine Umsatzzunahme im Verkauf, der Ausschuß in der Fertigung - immer werden die Angaben erst durch die Prozentangaben vergleichbar und damit aussagefähig.

Prozentrechnung und Promillerechnung

Die Prozentrechnung ist eine Vergleichsrechnung, die Zahlenangaben werden auf den Vergleichsmaßstab 100 bezogen und in Prozent angegeben.

Wir die Vergleichszahl 1000 genommen, dann spricht man von Promillerechnung. Promille (per mille = von Tausend) ist gegenüber Prozent die kleiner Einheit und wird ‰ geschrieben, $1 \text{ ‰} = 0,1 \%$. Sie wird oft gewählt, wenn die Prozentsätze kleiner als 1 sind.

Prozentrechnung als Bruchrechnung

Sie ist eine angewandte Bruchrechnung, wobei aber mit Dezimalbrüchen gerechnet wird. Die Zahlungsbedingung 2 % Skonto bedeutet einen Bruchteil von $2\% = \frac{2}{100} = 0,02$ des Rechnungsbetrages.

Sie erhalten 2%, wenn Sie den Rechnungsbetrag mit 0,02 multiplizieren.

Begriffe der Prozentrechnung

Wenn Sie Waren im Wert von 700 DM netto zuzüglich 15% Umsatzsteuer kaufen, dann beträgt die Umsatzsteuer 105 DM.

Warenwert	Umsatzsteuersatz	Umsatzsteuer
700 DM	15%	105 DM
Grundwert	Prozentsatz	Prozentwert

Die Prozentrechnung verwendet diese Begriffe:

Grundwert (G)	- Wert, der mit 100% gleichgesetzt wird. Prozentsatz bezieht sich auf ihn.
Prozentsatz (p)	- Teil der Vergleichszahl 100, z.B. 7%
Prozentwert (W)	- Teil des Grundwertes, der mit Angabe des Prozentsatzes ermittelt wird.

Berechnung des Prozentwertes

Es wird bei vorgegebenem Grundwert und Prozentsatz der Prozentwert ermittelt.

$$\text{Prozentwert} = \text{Grundwert} * \text{Prozentsatz} / 100$$

Der Promillewert wird entsprechend ermittelt, wobei aber anstelle von 100 der Wert 1000 einzusetzen ist.

Berechnung des Prozentsatzes

Es wird bei vorgegebenem Grundwert und Prozentwert der Prozentsatz ermittelt.

$$\text{Prozentsatz} = \text{Prozentwert} * 100 / \text{Grundwert}$$

Berechnung des Grundwertes

Es wird bei vorgegebenem Prozentwert und Prozentsatz der Grundwert ermittelt.

$$\text{Grundwert} = \text{Prozentwert} * 100 / \text{Prozentsatz}$$

Prozentrechnung vom vermehrten Grundwert

Die Prozentrechnung wird oft angewandt, um die Entwicklung von zwei oder mehr Werten miteinander zu vergleichen. Angenommen, Ihre Firma erreicht im ersten Geschäftsjahr einen Umsatz von 400.000 DM, im zweiten von 500.000 DM und im dritten von wieder 400.000 DM.

Wenn Sie die Umsatzentwicklung nur nach dem jeweils letzten Wert ermitteln, dann haben Sie im zweiten Jahr eine Zunahme von 25% und im dritten Jahr eine Abnahme von 20%. Wie kommt es, daß die Abnahme geringer ausfällt als die Zunahme - obwohl sich doch vom ersten zum dritten Jahr nichts geändert hat? Es liegt daran, daß sich die Bezugsgröße geändert hat. Einmal werden die 100.000 DM auf 400.00 DM und einmal auf 500.000 DM bezogen. Prozentual wirkt sich deshalb die Zunahme stärker als die Abnahme aus.

Der vermehrte Grundwert ist stets größer als der (reine) Grundwert.

$$\text{Reiner Grundwert} = \text{Vermehrter Grundwert} * 100 / (100 + \text{Prozentsatz})$$

Prozentrechnung vom verminderten Grundwert

Der verminderte Grundwert ist stets kleiner als der (reine) Grundwert.

$$\text{Reiner Grundwert} = \text{Verminderte Grundwert} * 100 / (100 - \text{Prozentsatz})$$

Zinsrechnen

Das Rechnen mit Zinsen hat im Wirtschaftsleben große Bedeutung. Banken vergüten Ihnen Zinsen, wenn Sie Geld anlegen oder berechnen Zinsen, wenn Sie eine Kredit beanspruchen. Sind Sie Kunde eines Unternehmens und zahlen zu spät, dann sind Verzugszinsen fällig. Sie sind deshalb gut beraten, wenn Sie die Ihnen berechneten Zinsen selbst nachrechnen können.

Prozentrechnung und Zinsrechnung

Die Zinsrechnung ist eine Weiterentwicklung der Prozentrechnung. Als neuer Faktor kommt die Zeit hinzu. Sie kann in Jahren (j), Monaten (m) oder in Tagen (t) angegeben werden.

<u>Prozentrechnung</u>	<u>Zinsrechnung</u>
Grundwert	Kapital (K)
Prozentsatz	Zinssatz (p)
Prozentwert	Zinsen (Z)
	Zeit (j, m, t)

Berechnung der Zinsen

Zinsen sind der Preis für die Überlassung von Kapital für eine bestimmte Zeit. Die Höhe der Zinsen ist von der Summe des überlassenen Kapitals, dem Zinssatz (Zinsfuß) und der Laufzeit abhängig.

Der Zinssatz bezieht sich gewöhnlich auf ein Jahr. Die Berechnung der Jahres-, Monats- und Tageszinsen erfolgt mit Formeln.

Jahreszinsen

$$\text{Zinsen} = \text{Kapital} * \text{Zinssatz} * \text{Jahre} / 100$$

Monatszins

$$\text{Zinsen} = \text{Kapital} * \text{Zinssatz} * \text{Monate} / 100 * 12$$

Tageszinsen

$$\text{Zinsen} = \text{Kapital} * \text{Zinssatz} * \text{Tage} / 100 * 360$$

Berechnung der Tage in der Zinsrechnung

Bei der Tageberechnung in der Zinsrechnung in Deutschland ist zu unterscheiden:

- **Privatpersonen** und Behörden rechnen das Jahr mit 365 Tagen und die Monate nach der genauen Tageszahl.
- **Kaufleute** rechnen das Jahr mit 360 Tagen und jeden Monat mit 30 Tagen. Der 31. eines Monats wird nicht gerechnet, aber auch der Februar hat als Zinsmonat 30 Tage.

Berechnen von Kapital, Zinssatz und Zeit

Die allgemeine Zinsformel können Sie umformen und Kapital, Zinssatz und Zeit berechnen.

$$\text{Zinsen} = \text{Kapital} * \text{Zinssatz} * \text{Tage} / 100 * 360$$

Auflösung der allgemeinen Zinsformel nach dem **Kapital**

$$\text{Kapital} = \text{Zinsen} * 100 * 360 / \text{Zinssatz} * \text{Tage}$$

Auflösung der allgemeinen Zinsformel nach dem **Zinssatz**

$$\text{Zinssatz} = \text{Zinsen} * 100 * 360 / \text{Kapital} * \text{Tage}$$

Auflösung der allgemeinen Zinsformel nach dem **Tagen**

$$\text{Tage} = \text{Zinsen} * 100 * 360 / \text{Kapital} * \text{Zinssatz}$$

Zinseszinsrechnung

Bei der Zinseszinsrechnung werden das Kapital und die gutgeschriebenen Zinsen verzinst.

Beispiel

Ein Kapital von 10.000 DM wird für drei Jahre zu 6% verzinst, wobei die gutgeschriebenen Zinsen ebenfalls verzinst werden.

Jahresanfang 1. Jahr	10.000,00 DM
+ Zinsen 6 %	<u>600,00 DM</u>
Jahresanfang 2. Jahr	10.600,00 DM
+ Zinsen 6 %	<u>636,00 DM</u>
Jahresanfang 3. Jahr	11236,00 DM
+ Zinsen 6 %	<u>674,16 DM</u>
Kapital Ende 3. Jahr	11910,16 DM

Die Berechnung des Endwertes eines Kapitals wird als **Aufzinsung** bezeichnet. Der **Aufzinsfaktor** für einen bestimmten Zinssatz p wird als $q = (1+p/100)$ dargestellt.

Ko ist das Anfangskapital, n die Laufzeit in Jahren, Kn ist das Endkapital.

Zinseszinsformel

$$\text{Kn} = \text{Ko} * (1 + p / 100) ^ n$$

Sie können das Beispiel auch mit der Zinseszinsformel berechnen.

$$K = 10.000 * (1 + 6 / 100) ^ 3$$

$$K = 10.000 * 1,06 ^ 3$$

$$K = 10.000 * 1,191016 = 11.910,16 \text{ DM}$$

Berechnung der Mehrwertsteuer

1. aus den Nettowerten:

$$\text{MWST} = \text{Netto} * \text{MWST-Satz}$$

2. aus den Bruttowerten:

$$\text{MWST} = \text{Brutto} * \text{MWST-Satz} / (100\% + \text{MWST-SATZ})$$